**TEMA:** Análisis y Semejanza Dimensional

**Resumen teórico de Análisis Dimensional**

El objetivo del **Análisis dimensional** es modelar un sistema real de la manera más efectiva posible, reduciendo al máximo la experimentación requerida, así como también ajustando el sistema a las variables independientes que realmente afectan a la (s) variable(s) de estudio. Los métodos para poder establecer los grupos pi, adimensionales son: el algebraico y el cociente dimensional. A continuación pueden observar dos ejemplos, para que, basándose en ellos, resuelvan los problemas propuestos

1. **EJEMPLO del método algebraico**:

* Se va a estudiar la elevación capilar de un líquido en un tubo. Se espera que dependa de la tensión superficial del líquido, del diámetro del tubo, del peso específico del líquido y del ángulo de adhesión entre el líquido y el tubo. Escriba la forma funcional de la relación entre la elevación capilar y las demás variables.

**Solución**:

Primero se enumeran las variables involucradas con sus respectivas dimensiones:

Altura capilar: h

Tensión superficial: 

Peso específico: 

Diámetro: D

Ángulo de adhesión:  (sin dimensiones)

Hay 5 variables (n), y tres dimensiones (m): M, L y T. Luego se pueden hallar 2 grupos adimensionales pi.

1 = F (2)1 = F (2) Ecuaciones:

h = f (abDc.1

= k L: 1 = -2 b + c

M: 0 = a + b

T: 0 = -2 a - 2b

Resultan dos ecuaciones con tres incógnitas, porque las ecuaciones de M y de T son linealmente dependientes, por tanto una no se toma. De la ecuación de M, vemos que **a = -b**. Y de la ecuación de L nos queda que **c = 1 + 2b**. Si se le da el valor de 1 a la a, nos queda que **a = 1**; **b = -1**; y, **c= -1**. Por tanto,

h = F (1-1D-1.1

Entonces:

**h = k (D)**

1. **EJEMPLO del método del cociente dimensional**:

* Determinar el espesor de la capa límite laminar sobre una placa plana.

**Solución**:

Primero se enumeran las variables involucradas con sus respectivas dimensiones:

Espesor capa límite: 

Distancia desde el comienzo de la placa: x

Velocidad del flujo sin perturbar: *v*

Viscosidad cinemática del fluido: 

Hay 4 variables (n), y dos dimensiones (m): L y T. Luego se pueden hallar 2 grupos adimensionales pi.

Se escogen las variables recurrentes que tienen en sí las dimensiones, y que se usan para definir las otras. En este caso, es fácil ver que se repite la ***L***, entonces se toma la ***x***, porque el espesor es la variable dependiente; y, por otro lado se sabe que la velocidad se usa para definir la viscosidad cinemática, ******, porque aparece dentro de ella, o mejor dicho, la viscosidad cinemática es una combinación a partir de la velocidad, ***v***.

Se expresan los cocientes dimensionales de las dos variables no recurrentes.

1 = 

2 = 

Y de cada variable recurrente, se despeja la dimensión respectiva:

x = de donde: *L* = x

*v* = de donde: = *v* / x

Reemplazando las dimensiones, expresadas como variables, en los cocientes dimensionales:

1 = 

2 = 

Entonces: F (1, 2 = 0

O, en forma explícita:

** = k /**

Si se compara con la ecuación real, la de Blausius, que es: ** = 5** tomando el Reynolds, como Re = /sería:

* ** = 1 /**

Se ve que la relación es cercana, pero no completa, porque no da señales de la raíz cuadrada.

En conclusión, a veces el análisis dimensional da resultados no tan cercanos a la ecuación real, según se tome uno u otro método de desarrollo, pero siempre es mejor para dar una idea de cómo dependerán las variables del sistema.

**EJERCICIOS PROPUESTOS DE ANÁLISIS DIMENSIONAL:**

1. Se sabe que la altura máxima que alcanza un móvil al lanzarse verticalmente hacia arria, depende de la velocidad inicial ***v0***, y de la gravedad, ***g***, ¿Qué expresión relaciona estas variables?
2. Encuentre una expresión para la fuerza centrífuga, ***F***, si depende de la masa, ***m***, de la velocidad ****** y del radio, ***r***.
3. Teniendo en cuenta que el número de Weber es la relación adimensional entre variables de fuerza inercial a fuerza de tensión superficial, realice el proceso de obtención de este número por análisis dimensional.
4. Determinar los grupos adimensionales formados con las variables involucradas en el flujo viscoso incompresible de un fluido en el interior de un tubo horizontal. Se sabe que la caída de presión, ***P***, es función de la velocidad media de flujo ***v***, densidad del fluido ******, viscosidad del fluido ***μ***, diámetro del tubo ***D***, longitud del tramo considerado ***L***, y la rugosidad de la pared interna del tubo, ***e***.

**Resumen teórico de Semejanza Dimensional**

Sirve para obtener: condiciones de ensayo del **modelo** a partir de condiciones de flujo del **prototipo**; y magnitudes del prototipo a partir de las medidas experimentales del modelo. Siendo “modelo” la representación a escala laboratorio del “prototipo” o situación real a estudiar. La semejanza completa entre el modelo y el prototipo para que el estudio sea eficiente, se da cuando hay semejanza geométrica, o de forma y dimensiones; semejanza cinemática, o de velocidades y direcciones; y, semejanza dinámica, o de fuerzas. El método se ilustra mejor con el siguiente ejemplo:

Ejemplo de semejanza dimensional:

Se debe determinar el arrastre al que estaría sometido un sonar esférico de 30 cm de diámetro si se desplaza a una velocidad de 2,.57 m/s (5 nudos marítimos) sumergido en el mar (= 1028,4 kg/m3,  = 1,57 · 10−6 m2/s), a partir de los datos en un túnel de viento ( = 1,23 kg/m3,  = 1,46 · 10−5 m2/s). El **modelo** tiene 15 cm de diámetro. A) Determine la velocidad requerida en el túnel de viento. B) Si la fuerza de arrastre sobre el modelo es igual a 24,82 N, evalúe la fuerza a la que estaría sometido el sonar.

**SOLUCIÓN**:

De un análisis dimensional se obtiene la siguiente relación funcional.

Que en otras palabras indica:

Eu = *f* (Re)

Para que se exista semejanza dinámica se debe cumplir que:

Re m = Re p

Entonces, por definición del Reynolds:

Re p

Según los datos del prototipo que nos da el enunciado del problema, se tiene que:

= 4.91∙105 = Re m

Entonces de la fórmula del Reynolds se despeja la velocidad del modelo:

Ahora la parte B, la fuerza sobre el **prototipo**: (**sonar**, en este caso). Teniendo en cuenta que a esta velocidad los números de Eu son también iguales, se plantea que:

Entonces, se despeja ***Fp***, que es la única incógnita:

**Respuestas.** La velocidad requerida en el túnel de viento, ***Vm***, es 47.8 m/s. La fuerza que experimentará el sonar, ***Fp***, será 240 N, aproximadamente.

**EJERCICIOS PROPUESTOS DE SEMEJANZA DIMENSIONAL:**

1. Un modelo de submarino a escala 1:15 va a ser ensayado en un canal hidrodinámico de agua salada. Si el submarino se mueve a una velocidad de 12 millas por hora, ¿A qué velocidad deberá ser arrastrado para que exista semejanza dinámica?
2. Un modelo de avión a escala 1:80 es ensayado en una corriente de aire a 20oC y a una velocidad de 45 m/s. Se pide: a) ¿A qué velocidad habrá de arrastrarse dicho modelo si el ensayo se realiza totalmente sumergido en agua a 27oC? b) ¿Qué fuerza de empuje sobre el prototipo en el aire corresponderá a una resistencia sobre el modelo en el agua de 0,55 kg?
3. Una tubería de 30 cm de diámetro transporta agua a 30°C. Se quiere tener un sistema equivalente, por donde circule aceite de viscosidad dinámica 0,002 Pa\*s. De acuerdo con la teoría de semejanza dimensional, ¿Cuál debe ser el diámetro de esa tubería si el aceite circula a 20 m/s?
4. La resistencia media que el agua dulce presenta contra un modelo de un barco de 1,8 m de largo, moviéndose a una velocidad de 3 m/s, fue de 45 N. Si el barco real tiene un largo de 40 m y hay semejanza dimensional entre el modelo y el barco, entonces, diga ¿Cuánta es la resistencia que presentará el mar contra el barco real?

**BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA**

* Potter: 3ª. edición; capítulo 6, páginas 210 a 228.
* Talleres resueltos y más ejemplos en el Dropbox: MECÁNICA DE FLUIDOS/1 CORTE/ ANÁLISIS DIMENSIONAL /…